DIDACTIEK

CECIEL BORGHOUTS

De Vertaalcirkel

Werken aan begrip en inzicht bij (zwakke) rekenaars

Leerkrachten constateren dat de CITO-toetsen rekenen voor veel leerlingen problemen opleveren. Zij zien vooral het talige karakter van deze toets als de oorzaak van deze problemen. De auteur van dit artikel gaat in op deze constatering en biedt leerkrachten een didactisch hulpmiddel: De Vertaalcirkel. In dit artikel twee praktijkvoorbeelden uit groep 7-8: delen door een breuk en een oppervlakteprobleem.

Allemaal nog een kwart pannenkoek!

Groep 8 zit klaar voor de vertaalcirkel. Elke dinsdag start Max de les met een kale som of met een verhaal en laat hij de andere vertalingen maken door de kinderen. Vandaag start Max met een verhaal op het bord:

> Op het eind van de sportdag krijgen alle kinderen een lekkere pannenkoek. Een paar ouders hebben de pannenkoeken thuis gebakken. Er is $3\frac{1}{2}$ pannenkoek over. Vader Eelco geeft elk kind $\frac{1}{4}$ pannenkoek.

'Wat zou de vraag kunnen zijn? Welke vraag kunnen jullie hierbij bedenken? Jullie krijgen 1 minuut om met je buurman of buurvrouw te overleggen.'

Max vertelt me dat de kinderen steeds beter worden in het bedenken van een logische vraag bij een probleem. In het begin kwamen ze met vragen als:

- Hoeveel hebben ze dan bij elkaar gegeten?
- Hoeveel is er dan nog over?
- Hoeveel pannenkoeken heeft vader Eelco gebakken?

Nu bedenken ze dat de vraag kan zijn hoeveel kinderen nog $\frac{1}{4}$ pannenkoek kunnen krijgen.

Max zet de kinderen, als de vraag duidelijk is, meteen actief aan het werk. Hij legt niet eerst uit hoe ze dit probleem kunnen aanpakken of welke som erbij hoort. Een groepje kinderen krijgt de opdracht om te tekenen, een groepje gaat het probleem weergeven met materiaal, een groepje gaat het probleem weergeven op de getallenlijn en een groepje kijkt welke som bij het verhaal past en rekent die uit.

Inbreng van de leerkracht

Max kiest er deze keer voor om niet iedereen alle vertalingen te laten maken. Wanneer kinderen erg snel klaar zijn dan krijgt dat groepje de opdracht nog een andere vertaling te maken. Het blijkt dat de keuze van Max voor wie welke vertaling gaat maken niet geheel willekeurig is. Het is een lastig probleem waarvan Max denkt dat alle kinderen het wel kunnen oplossen, maar niet allemaal op het niveau van de kale som. Dat hoeft ook niet, want op het referentieniveau 1F is het voldoende om dit soort problemen in context te kunnen oplossen (zie: http://www.slo.nl/primair/leergebieden/rekenen/minimumdoelen/).

Ik zit naast een groepje zwakke rekenaars. Dit groepje heeft de opdracht gekregen om het probleem weer te geven in een tekening. De leerlingen hoeven nog niks uit te rekenen, alleen maar te tekenen wat daar in woorden staat. Ze hebben moeite met zich een voorstelling te maken van het verhaal. Ze tekenen $3\frac{1}{2}$ pannenkoek en ook nog eens $\frac{1}{4}$ pannenkoek. Al overleggend komen ze erachter dat deze tekening niet klopt bij het verhaal. Hoe gaat het verhaal dan wel? Ze krijgen het niet getekend. Max ziet het en legt de doos breukenschijven op hun tafel. ‘Leggen jullie het probleem eerst eens met materiaal en probeer het daarna te tekenen.’ Meer doet hij niet. Hij kijkt nog heel even en ziet dat de kinderen aan de gang gaan met de schijven. Dat gaat wel lukken, zie ik hem denken en dat vertrouwen straalt hij uit naar de kinderen. Het denkwerk ligt echt bij hen, Max gaat het niet voor ze oplossen, hij heeft ze wel weer op gang gebracht.

Op tafel liggen nu drie hele en een halve schijf. Yourie zegt dat ze moeten gaan uitdelen, steeds ieder kind $\frac{1}{4}$. Dus er moet volgens hem steeds $\frac{1}{4}$ vanaf. Hij wil schijven gaan wisselen, omdat dit zo niet lukt. Hij legt $3\frac{1}{2}$ cirkel op tafel met allemaal schijven van een kwart. ‘Kijk, $3\frac{1}{2}$ pannenkoek. Nu zie ik het. Je kunt steeds iemand een kwart pannenkoek geven.’ Samen tellen ze hoe vaak dat kan. Het lukt de kinderen nu ook om dit in een tekening weer te geven. Op het papier tekenen ze nu vlot $3\frac{1}{2}$ cirkel. Ze kleuren steeds met een andere kleur een kwart van een cirkel. Yourie telt nog snel even na of het wel 14 stukjes zijn.

Nabespreken

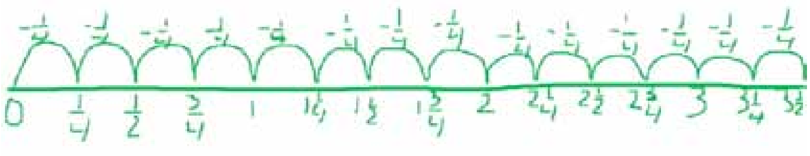
Na 8 minuten overleg in de groepjes kan de nabespreking al beginnen, met van elk groepje een voorbeeld op het digibord. Max start met materiaal, breukenmateriaal in dit geval. Op het tafeltje vooraan liggen allemaal kwart cirkels, bij elkaar $3\frac{1}{2}$ cirkel. Max vraagt de kinderen om bij de tafel te komen staan. ‘Het groepje van Naomi heeft het verhaal weergegeven met materiaal. Waar zie ik een pannenkoek? *(cirkel)* Waar zie ik hoeveel pannenkoeken er nog over waren? *(alle cirkels bij elkaar)* Prima, we hebben dus $3\frac{1}{2}$ pannenkoek.

Naomi, liggen er voldoende pannenkoeken om twee kinderen $\frac{1}{4}$ pannenkoek geven? *(ja)* Doe maar. Kun je nog meer kinderen $\frac{1}{4}$ pannenkoek geven? *(ja)* Hoeveel in totaal? *(14)*.

Max gaat door naar de tekening die op het bord staat. Daar staat $3\frac{1}{2}$ cirkel getekend en de kwarten zijn gearceerd. Elk kwart duidelijk onderscheiden van de ander. ‘Waar zie ik de pannenkoeken die we over hadden? *($3\frac{1}{2}$ getekende cirkel)*. En waar zie ik hoeveel ik één kind kan geven? *(een kwart cirkel)* Hoe kom ik achter het antwoord? *(aantal stukjes van $\frac{1}{4}$ tellen)* Ja, want je vraagt je af hoe vaak je een stukje van $\frac{1}{4}$ pannenkoek af kunt halen van $3\frac{1}{2}$ pannenkoek. Tel maar. Net als bij het materiaal.’

Dan gaat Max naar de getallenlijn. Ook nog haalbaar voor veel kinderen, want op de getallenlijn wordt het herhaald aftrekken duidelijk weergegeven. Je kunt op de getallenlijn ook herhaald optellen totdat het ‘op’ is, maar deze leerlingen hebben gekozen voor herhaald aftrekken.

Op het digibord is een lijn getekend met veertien sprongen van $\frac{1}{4}$ van $3\frac{1}{2}$ tot 0 (zie afbeelding 1).



1.

‘Het groepje van Zeneb heeft sprongen terug gemaakt van $\frac{1}{4}$ op de lijn van $3\frac{1}{2}$ naar 0. Waar op de lijn zie ik hoeveel pannenkoeken we over hadden? *(stuk van 0 tot $3\frac{1}{2}$)* Wat stelt elke boog op de lijn voor? *(kind dat $\frac{1}{4}$ pannenkoek krijgt)* Waar zie ik hoeveel kinderen ik $\frac{1}{4}$ pannenkoek kan geven? *(aantal bogen tellen)* Wat betekenen de getallen onder de lijn? *(die geven aan hoeveel pannenkoeken je nog over hebt)*.’

Max legt ook de koppeling met het materiaal en de tekening. ‘Waar bij het materiaal en bij de tekening zie ik die boog terug?’ *(Elke boog op de lijn stelt een kwart cirkel voor, zowel in de tekening als bij het materiaal.)*

Abstracte vertalingen

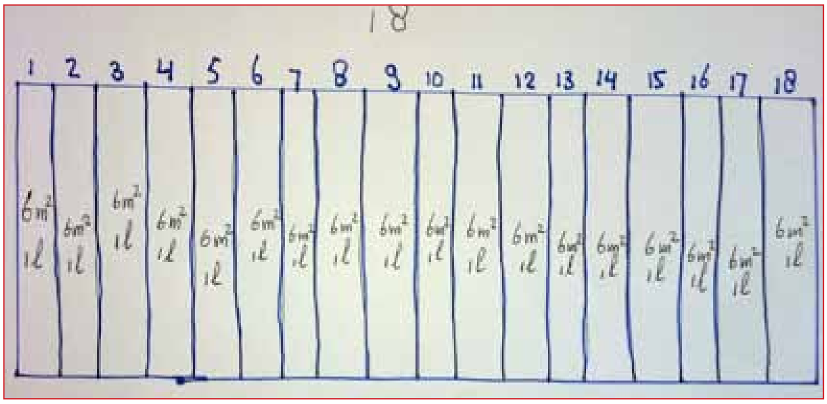
Dan naar de som. De meest abstracte vertaling. Eén groepje had de som in een verhoudingstabel gezet (zie de tabel hieronder). Een ander groepje had de som $3\frac{1}{2} : \frac{1}{4} = \frac{14}{4} : \frac{1}{4} = 14$. Ook deze som staat op het bord.

pannenkoeken	$\frac{1}{4}$	1	2	3	$3\frac{1}{4}$	$3\frac{1}{2}$
kinderen	1	4	8	12	13	14

Max besluit te starten met de verhoudingstabel. ‘Kijk eens even met je buurman of buurvrouw naar deze verhoudingstabel. Kijk of je begrijpt hoe het groepje van Kay het probleem heeft opgelost.’ Door regelmatig de kinderen weer aan een kleine opdracht te zetten en veel vragen te stellen probeert Max alle leerlingen actief bij de nabespreking te betrekken. Er zijn geen vragen voor Kay. Maar Max stelt zelf wel een paar vragen. ‘Er was $3\frac{1}{2}$ pannenkoek over om nog uit te delen. Elk kind krijgt $\frac{1}{4}$ pannenkoek. Waar in de tabel kan ik zien hoeveel kinderen ik $\frac{1}{4}$ pannenkoek kan geven als ik 3 pannenkoeken over zou hebben? En als ik er 2 over zou hebben? En nu ik $3\frac{1}{2}$ pannenkoek overheb?’

Ten slotte gaat Max naar de som $3\frac{1}{2} : \frac{1}{4} = \frac{14}{4} : \frac{1}{4} = 14$.
‘Kijk eens naar deze som. Van het groepje van Selma. Wie had ook gedacht aan een deelsom? Waarom zou je kunnen denken aan een deelsom? *(je kijkt hoe vaak je $\frac{1}{4}$ kunt afhalen van $3\frac{1}{2}$)*
Wat betekent die $3\frac{1}{2}$? *(pannenkoeken die je overhebt)*. Waar zie je die op de lijn? Bij het materiaal? In de tekening? Bij de som heeft het groepje van Selma er $\frac{14}{4}$ van gemaakt, waar zie je dat bij het materiaal? *(14 kwarten)*. Bij de tekening? *(ook 14 kwarten)*
Wat betekent die $\frac{1}{4}$? *(stuk pannenkoek wat elk kind nog krijgt)* Waar zie je dat op de lijn? Bij het materiaal? In de tekening?

De vraag is: hoe vaak kan ik $\frac{1}{4}$ afhalen van $3\frac{1}{2}$. Hoe vaak kan dat? Kijk maar bij het materiaal, in de tekening, op de lijn.’
In nog geen kwartier tijd hebben de kinderen behoorlijk grip gekregen op een lastig probleem: delen door een breuk. Het denkwerk lag bij de kinderen. Wat Max deed was veel vragen stellen en daarbij met name aandacht schenken aan de betekenis van de getallen en koppelingen maken tussen de diverse vertalingen.



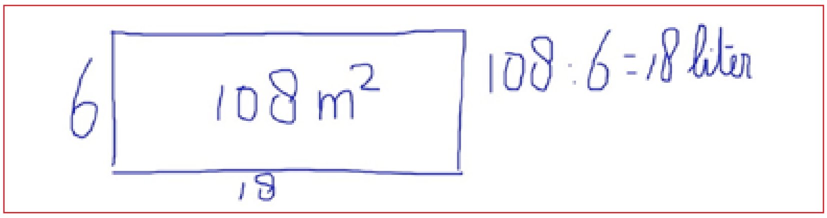
2. *‘18 x 6m²’*

Heeft een schuur maar één zijkant?

Bernadette, leerkracht van groep 8 start de les met ‘van verhaal naar rekentaal’. Ze kiest ervoor om niet alle opgaven uit het boek te doen maar pikt er één uit en laat die voorlezen door Mart: ‘De muren van een schuur moeten geschilderd worden. De breedte van de schuur is 18m en de hoogte is 6m. Met een liter verf kun je $6m^2$ schilderen.’
De kinderen zijn er al aan gewend dat ze zelf de vraag moeten bedenken. Ze komen er allemaal wel uit: hoeveel liter verf heb je nodig? Nu de vraag helder is kan de vertaalcirkel starten. Bernadette kiest in dit geval voor twee vertalingen: probleem weergeven in een tekening en de som.
Als leerkracht moet je steeds goed nadenken over passende vertalingen, want ze zijn niet altijd allemaal geschikt of even zinvol. In dit voorbeeld is de getallenlijn inderdaad niet geschikt en het is niet reëel om een schuur met muren van 6m bij 18m te verven en te kijken hoeveel verf je nodig hebt. Ze vraagt alle kinderen beide vertalingen te maken.
Ik ben verbaasd dat Bernadette het *weergeven met materiaal* weglaat. Dat lijkt mij bij dit probleem wel degelijk een belangrijke vertaling; zeker bij het leggen van de koppelingen. Tijdens het vervolg van de les komt dit ook duidelijk naar voren.

Aan het werk

Bij het rondlopen zie ik de kinderen verschillende tekeningen maken: een groepje kinderen tekent een rechthoek van 6 bij 18 en verdeelt vervolgens het stuk van 18 in allemaal stukken van 1. De kinderen schrijven in elk stuk: $6\ m^2$ à 1 liter (zie afbeelding 2). Op deze manier zien ze dat ze in totaal 18 liter nodig hebben voor deze muur. Helaas zien ze niet dat een schuur meer muren heeft.
Een ander groepje tekent een rechthoek van 6 bij 18 en zet daar 108 m^2 in. Op een blaadje maken de kinderen de som 108 : 6 en komen dan op 18 (zie afbeelding 3).



3. *‘18 x 6 = 108’*

Ze schrijven op: 18 liter. Deze kinderen halen niet rechtstreeks uit de tekening hoeveel liter verf ze nodig hebben, terwijl dat wel de bedoeling van de tekening is. Hier heeft Bernadette nog wat te doen in de nabespreking. Hoe meer je dit samen doet met de kinderen, hoe beter ze hier in worden.

Dit groepje heeft overigens ook niet in de gaten dat een schuurtje meer dan één muur heeft.
Bernadette ziet dat geen van de groepjes dit bedenkt. Zij besluit centraal een vraag te stellen: 'Weten jullie allemaal hoe een schuur er uitziet?' Alle kinderen knikken bevestigend. Dus het woord schuur is niet het probleem. 'Lees het verhaal nog eens. Probeer je nu eens heel goed een schuur voor te stellen. Jullie hebben allemaal die schuur getekend. Ik wil nu dat jullie het verhaal ook met materiaal laten zien. Op de tafel hier vooraan ligt ruitjespapier en er liggen scharen. Als je klaar bent met materiaal, kijk je nog even naar je tekening en naar je som.' Na deze interventie gaan de kinderen weer aan de gang.

Weergeven met materiaal

Doordat ze met concreet materiaal aan de gang zijn (papieren muren) zien de kinderen het nu voor zich. Overal zijn vier 'muren' uitgeknipt van 6 bij 18 hokjes. Bernadette wilde dat knipwerk eigenlijk achterwege laten omdat het zo veel tijd in beslag neemt, maar ze kiest dus uiteindelijk tijdens het werk alsnog voor het inzetten van deze vertaling (weergeven van het probleem met materiaal) omdat het nodig blijkt. Door deze ingreep komen kinderen er op eigen kracht uit. Het kost wat meer tijd dan wanneer je zelf vertelt dat een schuur vier muren heeft, maar het levert echt meer op. Met deze manier van werken leren de kinderen meer en meer zelfstandig problemen op te lossen en minder afhankelijk van de leerkracht te worden. Zo wordt er veel tijd teruggewonnen.
Het uitknippen en tekenen lukt bij alle groepjes. Nu nog kijken welke som daar dan bij hoort. In het nagesprek zien we of dat lukt.

Nabespreken

In de nabespreking besteedt Bernadette aandacht aan het tekenen. De tekening van afbeelding 2 staat op het digibord. Marit licht toe: 'Dit is de lengte (*wijst 18m aan*) en dit is de breedte (*wijst 6m aan*) van een muur. Dit is de oppervlakte (*wijst hele vlak aan*). Elke strook heeft een oppervlakte van 6 m2 en daar heb je 1 liter voor nodig. Dus je hebt 18 liter nodig. En je hebt 4 muren. Dus 4 x 18 liter nodig.'
Bernadette vraagt of iedereen dit kan volgen. De kinderen mogen vragen stellen aan Marit, maar het is voor iedereen duidelijk. Wel zijn er vragen over het feit of die vier muren geen ramen hebben en geen deur. Besloten wordt daar even geen rekening mee te houden voor wat betreft de verf.
Dan tekent Bernadette een rechthoek van 6m bij 18m op het bord en schrijft daarin 108 m^2. (zie afbeelding 3) 'Ik zag ook groepjes die deze tekening hebben gemaakt. Kun je uit deze tekening de lengte en de breedte van de muur halen? *(ja)* En de oppervlakte? *(ja)* En kun je uit deze tekening ook halen hoeveel liter verf je nodig hebt? *(nee)* Zouden jullie eens in tweetallen na kunnen denken hoe je in deze tekening kunt aangeven of inkleuren welk deel van de muur je kunt verven met 1 liter?' De kinderen gaan weer even aan de slag. De meeste tweetallen zien meteen dat je de tekening kunt gebruiken die al op het bord staat. Dus 18 stroken maken van 6 m2 en daar één strookje van inkleuren. 'En voor 17 liter? Kunnen jullie inkleuren welk deel van de muur ik kan verven met 17 liter? Waar zie ik het stuk muur wat nog geverfd moet worden? Hoeveel liter heb ik daar nog voor nodig? *(1 liter)* Hoeveel liter verf hebben we nodig voor één muur? *(18 liter)* En voor vier muren? *(4 x 18 liter)*
De tekening is nu duidelijk voor iedereen. Bernadette gaat door met de som.
De kinderen hebben verschillende sommen bedacht die op het bord komen:
4 x 18. Deze som past bij de tekening die hierboven is besproken. De betekenis van de getallen bij deze som is snel duidelijk: 'Wat betekent die 4? *(4 muren)* en die 18? *(18 liter verf voor elke muur)*.
De som **4 x (6x18) : 6** kan ook en bij deze som valt heel wat meer te vragen om te voorkomen dat er gegoocheld gaat worden met getallen: 'Eerst even wat er tussen haakjes staat. Wat betekent die 6? *(de hoogte van de muur)* En die 18? *(de breedte van de muur)* Waarom vermenigvuldig je die twee, waar zie ik dat in de tekening? *(oppervlakte van een rechthoek berekenen door lengte x breedte; in de tekening zie je 108 vierkantjes in de rechthoek: 108 vierkante meter)* En wat betekent die laatste 6? *(dat is de 6 van de 6m2 waar je een liter verf voor nodig hebt)* Waarom moet je delen door 6? *(voor elke 6 m2 heb je een liter verf nodig. Dus je kijkt hoe vaak je 6 eraf kunt halen: dat is delen door 6)*. Tenslotte die 4, wat betekent die? *(van de 4 muren, dus x 4)*
Het lijken mogelijk wat overdreven veel vragen, maar het zijn juist dit soort vragen die van belang zijn. Vragen rondom de betekenis van getallen. Het zijn niet zomaar vragen.

Volgende keer: de mogelijkheden van diagnosticerend onderwijzen met de vertaalcirkel.

De auteur heeft een eigen adviesbureau: Borghouts Rekenadvies

SPANNENDE CIJFERSTRIJD BARST OOK WEER LOS IN 2012

Educatieve uitgeverij ThiemeMeulenhoff organiseert voor het vierde jaar op rij Cijferstrijd, een rekenwedstrijd voor basisscholen. Vorig jaar deden ruim 300 scholen mee aan deze spannende rekenwedstrijd. Cijferstrijd 2012 is van 30 maart tot 27 april. Tot 19 maart kunnen alle basisscholen zich aanmelden voor gratis deelname op www.cijferstrijd.nl.

Cijferstrijd stimuleert het plezier in rekenen. Het is een spannende en leerzame rekenwedstrijd die een impuls geeft aan rekenen. Het leert leerlingen samenwerken en ze kunnen volop hun creativiteit kwijt tijdens Cijferstrijd. Zo berekenen ze samen bijvoorbeeld de omtrek van de school of hoeveel frietjes een Nederlandse groep vier leerling gemiddeld per jaar eet. Met Cijferstrijd kunnen de kinderen laten zien hoe goed ze kunnen rekenen.

Alle leerlingen doen mee

Tijdens Cijferstrijd lossen scholen vier weken lang wekelijks een cijferraadsel op, variërend van eenvoudige tel- opdrachten tot uitdagende rekenopgaven. De opdrachten zijn verdeeld over drie niveaus, zodat alle leerlingen van groep 1 tot en met 8 kunnen meedoen. Sommige opdrachten kunnen in de klas worden vervuld, voor andere opdrachten moeten leerlingen op pad. Van de antwoorden en oplossingen moet een foto gemaakt worden.

Deelnemende scholen maken wekelijks kans op prijzen én daarnaast op twee hoofdprijzen ter waarde van € 400,- en € 500,-. De weekprijzen bestaan uit een weekprijs ‘beste rekenaars’ en een originaliteitprijs.

SYMPOSIUM XVIII: VERGETEN VAKKEN

HKRWO
Historische Kring
Reken- en Wiskunde Onderwijs

Rekenen is weer terug op het rooster in het voortgezet onderwijs, en door de introductie van de kennisbasis krijgt het ook weer een zwaarder accent op de pabo. Niets nieuws onder de zon, want begin vorige eeuw was dat ook al het geval. Tijdens het achttiende symposium van de HKRWO bestuderen we de vergeten vakken uit ons reken-wiskundeonderwijs. We zullen ontdekken wat echt voorbij is, en wat weer een comeback beleeft.

Symposium XVIII vindt plaats op zaterdag **12 mei 2012** in Cursus- en Vergadercentrum Domstad, Koningsbergerstraat 9 in Utrecht (een paar minuten lopen van CS).

Inloop en koffie vanaf 9.30 uur, start programma 10.15 uur, einde rond 15.30 uur.

Aanmelden en kosten: Aanmelding door het zenden van een email aan Harm Jan Smid, h.j.smid@ipact.nl, onder gelijktijdige overmaking van € 25 op girorekening 4657326, t.n.v. HKRWO Leiden. Inbegrepen zijn koffie, thee en fris en een goed voorziene lunch.

NVORWO JAARVERGADERING 2012

NVORWO

Op 24 april 2012 houdt de NVORWO haar jaarvergadering met studiemiddag. Leden zijn hiervoor voor de laatste keer per post uitgenodigd. In het vervolg zal de uitnodiging per e-mail worden verzonden.

De jaarvergadering wordt gehouden bij het CPS in Amersfoort. Voor een volledig overzicht van deze middag: zie de uitnodiging en de website.