Maarten Dolk
An te Selle

Op zoek naar een

Gedachtenvol oefenen

In reken-wiskundeboeken staan veel rijtjes met sommen. Deze rijtjes staan er niet voor niets; ook bij rekenen is het belangrijk dat kinderen veel oefenen. Maar hoe worden deze rijtjes vaak gemaakt? Hoeveel leren kinderen van deze rijtjes, hoe bewust of 'gedachtenvol' zijn ze bezig? Gedachtenvol oefenen kan leerlingen meer ondersteunen. In dit artikel en de artikelen die over dit project in volgende nummers van Volgens Bartjens...zullen verschijnen, geven de auteurs u ideeën om leerlingen eerst te laten denken en dan te laten oefenen. De ideeën zijn in het HaVER-project[1] en het Nadima-project[2] ontstaan en in de klas uitgeprobeerd.

Praktijkervaring

'Op een terras moet de serveerster 140+ 135 + 60 optellen. Ze schrijft de getallen onder elkaar op en maakt zichtbaar een lange optelling. De punt van haar pen gaat over de 0, de 5 en de 0 en ze noteert 5. Zo gaat het verder. Zelf heb ik als ik naar de getallen kijk direct 335 in mijn hoofd. Waarom gaat dat bij mij zo makkelijk? Of beter, waarom doet zij er zo lang over? Handig rekenen zal haar zeker helpen, vermoed ik. De getallen op de kaart zijn erg mooi en kunnen vermoedelijk vaak handig gecombineerd worden. Toch maakt ze geen gebruik van handig rekenen, terwijl ik er van overtuigd ben dat zij veel meer ervaring met optellen heeft – het is haar dagelijks werk.'

Netwerk

Voor ons springt 140 + 60 er in de optelling 140 + 60 + 135 uit. Het is net alsof het met neonlicht is omgeven. Deze optelling zit in ons netwerk en is direct aan 200 gekoppeld. Door eerst naar de getallen te kijken, kunnen wij ons netwerk gemakkelijk inzetten. Dit is een standaardaanpak geworden en blijkt voor ons goed te werken. Het is trouwens niet iets dat ons alleen helpt, veel mensen blijken hun netwerk in te zetten als ze geen rekenmachine of papier bij de hand hebben.
Nadruk in het onderwijs op handig rekenen kan er voor zorgen dat kinderen niet alleen gericht zijn op het vinden van het antwoord. Het helpt kinderen ook hun netwerk verder uit te breiden, en een uitgebreid netwerk helpt weer bij het begrijpen van eigenschappen van getallen en bij het begrijpen van strategieën en algoritmen.
In de volgende *Volgens Bartjens...* zullen we iets meer over handig rekenen en netwerken vertellen. Nu zullen we twee voorbeelden laten zien van eenvoudige vragen die leerlingen helpen om eerst naar de getallen te kijken en dan pas te rekenen. Hiermee helpen we leerlingen om gedachtenvol te oefenen.

Hoe kan je leerlingen eerst naar de getallen laten kijken – een suggestie

In veel methoden staan rijtjes opgaven waarvan de opdrachten onderling gerelateerd zijn. Wie naar de getallen kijkt ziet dat de ene som helpt om de volgende op te lossen. Zien leerlingen dat en maken ze er gebruik van? Met het zoeken naar een startsom kan je als leraar daar zicht op krijgen en leer je de kinderen te kijken naar de opgaven.

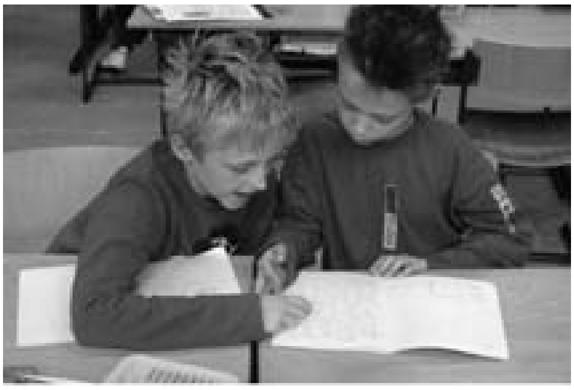
Kijk eens naar het volgende rijtje deel- en vermenigvuldigsommen.

404 : 4 =	4 x ... = 404
408 : 4 =	4 x ... = 408
412 : 4 =	4 x ... = 412
420 : 4 =	4 x ... = 420
428 : 4 =	4 x ... = 428

Deze oefenrijtjes staan niet voor niets in het boek. Twee zaken zullen vermoedelijk al opvallen. Ten eerste, dat de deel- en vermenigvuldigsommen samenhangen. Natuurlijk hoop je dat de leerlingen deze relatie in de gaten krijgen. Sommige kinderen zullen het zeker zien voor ze gaan rekenen en zullen die relatie gebruiken om snel antwoord te geven. Anderen gaan echter zonder na te denken antwoorden opschrijven en zien hopelijk daarna de relatie.
Ten tweede: Alle sommen hangen samen met 4 x 100 en met 400 : 4. Dat wil zeggen, in de berekening kom je 400 : 4 of 4 x 100 tegen. Als je dit vooraf ziet, dan worden deze sommen overzichtelijker. Zien kinderen dit ook zonder dat er aandacht aan wordt besteed?

Gedachtenvol oefenen – een praktijkervaring

Wij vroegen leerlingen uit groep 6 welke startsom ze kan helpen om alle sommen snel aan te pakken. Natuurlijk hoort hier ook de vraag bij waarom deze som helpt.
'Welke startsom helpt jou', vraagt Marleen aan groep 6.
'400 : 4' zegt Johan. Het is even stil en dan gaat hij verder. 'Kijk 400 : 4 = 100, dat is een makkie. En 404 is gewoon een vier meer, en 420 is 20 meer en dat is 5 x 4.' Marleen kijkt de


JASPER OOSTLANDER

Zoeken naar een startsom

startsom


JASPER OOSTLANDER

Zeker in het begin is overleg nodig

klas rond en vraagt Johan om iets meer te zeggen.
'Ja, 20 = 5 x 4. Maar waarom weet jij dan 420 : 4? Waarom helpt die startsom van jou om 420 : 4 snel te bepalen?' ' 400 : 4 = 100, 20 : 4 = 5, dus 420 : 4 = 100 + 5'.
Marleen realiseert zich dat Johan hier de distributieve eigenschap gebruikt. 420 : 4 = (400 : 4) + (20: 4). Daar is in de klas wel eens over gesproken. Nu de kinderen een startsom zoeken, verwacht Marleen dat de kinderen deze eigenschap weer gebruiken. Maar ze weet nog niet of alle kinderen zich op dit moment realiseren dat ze de distributieve eigenschap gebruiken. Ze besluit om hier nu niet op in te gaan. Het idee startsom is nog te nieuw en dat wil ze verder met de leerlingen bespreken. Zouden alle leerlingen zich realiseren dat er verschillende startsommen mogelijk zijn? Zouden alle leerlingen begrijpen waarom de startsom 400 : 4 helpt om de vermenigvuldigingen aan te pakken?
Ze besluit om eerst over de startsom van Johan verder te praten. Ze kijkt de klas aan en zegt: 'Praat even met je buurman waarom 4 x ... = 412 met de startsom van Johan handig is op te lossen.'
Terwijl de kinderen met elkaar praten, luistert Marleen naar enkele duo's. Daardoor besluit ze even later Isis aan het woord te laten. Zij hoorde Isis en Manon over de relatie tussen vermenigvuldigen en delen praten. '4 x 100 en 400 : 4 is eigenlijk dezelfde som', zegt Isis in de groep, 'hetzelfde maar omgekeerd.' Manon valt haar bij: '400 : 4 = 100 en 100 x 4 = 400. Het is gewoon hetzelfde. Daarom is 4 x 103 ook makkelijk. Je hoeft alleen 3 x 4 te doen, de rest weet ik al.'
Marleen wil dat leerlingen eerst kijken en denken en daarna gaan rekenen. Ze vraagt dus verder: 'Hoeveel is 4 x 103 dan?'
Isis laat direct zien dat dit geen moeite is. '112... uh... 412. 4 x 100 = 400 en 4 x 3 = 12. Samen is dat 412.'
Marleen merkt dat de leerlingen eigenlijk niet haar eerste vraag hebben beantwoord. Zij heeft namelijk gevraagd hoe je 4 x ... = 412 kunt uitrekenen als je weet dat 400 : 4 = 100. De leerlingen kennen het antwoord al en praten over 4 x 103.
Sam had een vermenigvuldiging als startsom genomen. Marleen vraag hem dit aan de klas te vertellen: 'Sam, jij hebt een andere startsom hè?'. 'Nou uh ja en nee. Ik dacht aan 4 x 100 = 400. Maar Manon zei net al dat dit eigenlijk hetzelfde is.'
'Oké' zegt Marleen, 'kijk nu eens naar de volgende twee rijtjes. Schrijf jouw startsom op. Vergelijk die met je buurman

of buurvrouw en reken dan alle sommen uit.'

312 : 3 = ...	3 x ... = 333
3 x ... = 324	360 : 3 = ...
336 : 3 = ...	3 x ... = 336
3 x ... = 318	309 : 3 = ...

De eerste keer dat Marleen de leerlingen op deze wijze naar de getallen liet kijken, vroeg ze de leerlingen een *hulpsom* op te schrijven. Een aantal leerlingen vonden dat geen goede term. Ze vonden dat ze geen hulp nodig hadden. Zelf kwamen ze met de term *startsom*. Het mooie is dat deze term ook precies weergeeft waar wij naar zochten. Het vraagt de leerlingen om eerst naar de opgaven te kijken en relaties tussen de sommen te zien.

Zoeken naar sommen met een antwoord groter dan 400

In het boek voor groep 5 staat het volgende rijtje vermenigvuldigsommen.

3 x 20 =	5 x 70 =	8 x 40 =	7 x 60 =
4 x 70 =	9 x 40 =	5 x 60 =	9 x 20 =
7 x 80 =	2 x 80 =	9 x 30 =	4 x 10 =
4 x 40 =	6 x 70 =	8 x 90 =	9 x 80 =
8 x 50 =	7 x 40 =	0 x 30 =	6 x 90 =

Het is een nuttige oefening. We willen immers dat leerlingen snel met tientallen kunnen vermenigvuldigen. Echter, in deze vorm doen de meeste kinderen iets anders. 9 x 40 rekenen ze uit met '9 x 4 = 36 en dan een nul erbij. Dat is 360.' De leerlingen gebruiken de tafelproducten en zetten er een nul achter. Hoe nuttig dit oefenen van de basistafels ook is, deze oefening ondersteunt het vermenigvuldigen met grotere getallen niet. De leerlingen krijgen een verkeerd idee over plaatswaarde of zien dat helemaal niet in deze vermenigvuldigingen. Wat dan te doen met dergelijke rijtjes? Wij vragen de kinderen bij dit rijtje 4 sommen te zoeken met een antwoord groter dan 400 en deze uit te rekenen.

De leerlingen zullen dan zeker de opgaven gaan scannen. 3 x 20 hoeven ze niet uit te rekenen. Het is te klein. 4 x 70 ligt anders. Sommige leerlingen gaan rekenen, maar zeggen nu wel dat er 280 uit komt. Andere kinderen realiseren zich dat 4 x 100 = 400 en dat 4 x 70 dus kleiner is. Van 7 x 80 vermoeden de meeste leerlingen dat het groter is dan 400. Deze rekenen ze uit. Ja het is 560. 5 x 40 is zeker te laag. 8 x 50 uh... dat is 400. 'Moet het nu 400 of meer dan 400 zijn?'

Eerst denken, dan doen

In het HaVER-project zoeken wij naar een aantal eenvoudige opdrachten die leraren bij oefenrijtjes kunnen benutten waarmee het oefenen gedachtenvol wordt. Het zoeken naar een startsom helpt bij bepaald soort rijtjes; 'wijs in dit rijtje vermenigvuldigsommen aan die groter zijn dan 400' is een andere vraag om leerlingen eerst naar de getallen te laten kijken.
Beide beschreven opdrachten helpen om de kinderen gedachtenvol te laten oefenen. Daarnaast zien wij dat leerlingen van verschillend niveau op eigen niveau door deze opdrachten / vragen aan de opgaven kunnen werken. Het helpt dus ook om op een natuurlijke manier in de klas differentiatie aan te brengen. De volgende keer komen we terug op handig rekenen en netwerken en bespreken we een andere vraag die helpt.


JASPER OOSTLANDER

Welke zijn groter dan 400?

Maarten Dolk is werkzaam bij het Freudenthal Instituut, Stenden hogeschool, Hogeschool Helicon en Hogeschool Zuyd. An te Selle is werkzaam bij Stenden hogeschool

Noten

1. *HaVER staat voor: Handig, Verstandig en Effectief Rekenen. Dit is een project werken van het Freudenthal Instituut waaraan ook Stenden hogeschool en Hogeschool Helicon meedoen.*
2. *Nadima staat voor Motivation via Natural Differentation in Mathematics. Dit is een Europees project waaraan naast Stenden hogeschool ook University of Rzesnow (Poland), University of Bielefeld (Duitsland), University of South Bohemia (Tsjechië), University of Hamburg (Duitsland), Institute of Mathematics, Academy of Sciences of the Czech Republic (Tsjechië), Charter School no.1 in Rzeszów (Polen) en Schule an der Isebek in Hamburg (Duitsland) meedoen.*