

Werken aan begrips- vorming bij keersommen

Juf, had u gedacht dat ik die tafels ooit zou leren?

'Bij mijn leerlingen in groep 5 wil het automatiseren van de tafels maar niet lukken. Wat kan ik doen?' Deze vraag stelde een IB'er-in-opleiding aan haar docent. De betreffende docent van de katholieke Pabo in Zwolle ging samen met haar collega de uitdaging aan en probeerde de kinderen in één morgen de tafels te leren door vanuit begripsvorming aan een stevige basis te bouwen.

Het stellen van het doel

Op een mooie morgen stapten we groep 5 van de St.Bernardusschool te Deventer binnen. Hier wilde dus het automatiseren van de tafels nog steeds niet lukken. Zouden wij de impasse kunnen doorbreken? Toen we ons hadden voorgesteld maakten we het doel van onze komst kenbaar. Dat vinden we heel essentieel. Leerkrachten geven altijd wel aan welke sommen de kinderen moeten maken, maar slechts zelden welk doel ze daarmee kunnen bereiken. Wat willen ze hun leerlingen nu precies leren? Waarom vertellen ze dat niet gewoon? Het is een mooie kans om kinderen te betrekken bij wat ze gaan doen. Als je dan ook nog aangeeft dat jij als leerkracht erin gelooft dat alle kinderen dit doel op hun eigen niveau kunnen bereiken, verhoogt dit het zelfvertrouwen van de kinderen. Dat hebben we deze morgen sterk ervaren.

Reflectie:

Ons doel was: 'Aan het eind van de ochtend weet iedereen wat een keersom is, hoe keersommen eruit zien en hoe je ze kunt uitrekenen.' Het was mooi om te zien hoe de houding van de leerlingen actiever werd. Er ontstond een sfeer waarin ze ook werkelijk geloofden dat ze het doel zouden kunnen behalen.

Begripsvorming

We hadden ons al eerder op de beginsituatie georiënteerd en ontdekt dat sommige kinderen zelfs een som als 1×8 niet konden oplossen. Voor ons een teken dat ze eigenlijk niet wisten wat een keersom betekende en hoe een keersom eruit zag. Daarom hadden de kinderen als voorbereiding op de ochtend de opdracht gekregen een voorwerp van thuis mee te nemen waarin een keersom verborgen zat.

Ze hadden allerlei voorwerpen bij zich: een speelbord van Mastermind, een kandelaar met waxinelichtjes, broekriemen, eierdozen, sierraaddoosjes, enzovoort. De leerlingen mochten aangeven welke opgave hierbij hoorde. In de bespreking schonken we direct al aandacht aan de wisseleigenschap: 'Als ik 2 rijen van 5 heb, dan kan ik daarin ook 5 rijen van 2 zien.' Sommige kinderen rekenden er vrolijk op los. Ze losten sommen als 16×8 splitsend met een legoplaatje op.

Reflectie.

Er was een meisje dat een riem bij zich had met daarin 24 bij 4 gaatjes. Ze gaf aan dat daar de som 24×4 bij hoorde en dat de uitkomst 96 was. Op de vraag hoe ze dat wist gaf ze eerlijk toe: 'Dat heeft mijn vader voor mij uitgerekend.' Met het geven van een thuisopdracht worden ook de ouders ingeschakeld bij het leerproces van de leerlingen. Een goede zaak. Zo is het leren immers niet alleen maar voorbehouden aan de school maar vindt het ook op een ongedwongen manier thuis plaats.

Toen alle leerlingen in groepjes hun voorwerp hadden laten zien was duidelijk geworden dat ze in essentie wisten wat een keersom was. Spontaan ontstond het idee om een tentoonstelling te maken van alle meegebrachte voorwerpen. We besloten aparte tafels met tafelsommen in te richten.

In één morgen de kinderen van groep 5 alle tafels leren, dat is een ambitieus plan!



JASPER OOSTLANDER

Er kwam een tafel van 4, een tafel van 5, enzovoort. Deze tafel-tafels zouden in de loop van de volgende weken meer en meer gevuld raken. De kinderen koppelden steeds vlotter sommen aan voorwerpen en vice versa. Bij het uitrekenen werd regelmatig de wisseleigenschap toegepast. Om dit te consolideren hadden we een afspraak met de supermarkt in de buurt gemaakt. We mochten er met de hele klas langskomen en de kinderen kregen de opdracht om daar op zoek te gaan naar keersommen. In groepjes van vier gingen ze aan de slag, voorzien van een digitale camera zodat ze de resultaten van hun zoektocht konden vastleggen.

Reflectie

Een groepje kijkt naar een pak papieren zakdoekjes waarin 8 kleinere pakjes zitten. Een leerling roept: '2 x 4'. Waarop een andere leerling spontaan de pakjes begint te tellen. Als hij 8 als telresultaat vindt, zegt hij dat de som '2 x 8' moet zijn. Er ontstaat een conflict in het groepje en na enig overleg, waarbij de kleine pakjes per vier worden aangewezen, is men er toch uit: de som is '2 x 4' en de uitkomst is 8. Hier wordt duidelijk hoe interactie vanuit een betekenisvolle conflictsituatie niveauverhoging bij leerlingen kan bewerkstelligen. Wel viel het ons op dat de kinderen op zoek gingen naar sommen die ze niet zo moeilijk vonden. Een volgende keer zouden we in de voorbereiding de kinderen meer uitdagen op zoek te gaan naar 'moeilijke' keersommen. We zouden ze dan ook laten zien hoe je die zou kunnen vinden. Een pak zakdoekjes met daarin 2 x 4 pakjes is op zichzelf een groepje met 8 pakjes. Zo kun je dus ook bijvoorbeeld de som 7 x 8 vinden in de supermarkt.

Keersommen zijn overal!



FRANK ROSENDAAL

In de supermarkt liggen de keersommen voor het oprapen.

Terug in de klas kreeg ieder groepje de opdracht om de foto met de 'moeilijkste' som te laten zien en deze aan de rest van de groep uit te leggen. Na iedere uitleg vroegen we aan de overige kinderen wie van hen dacht het te begrijpen. We nodigden ze uit het aan elkaar uit te leggen op de manier van de 'big ideas' beschreven door Maarten Dolk.¹



FRANK ROSENDAAL

Welke som hoort er bij deze verpakking? Een spontane discussie leverde mooie leereffecten op.

Reflectie

Het was de eerste keer dat de kinderen met deze werkvorm aan de slag gingen. Het leek echter alsof ze niet anders gewend waren. De kracht ervan werd direct duidelijk. Groepjes kinderen gingen met elkaar in overleg en wezen daarbij veelvuldig naar de foto die op het beeldscherm werd geprojecteerd. We zagen hoe er bewustwording optrad toen de kinderen zelf verwoordden wat zij dachten begrepen te hebben.

Modelmatig werken

De begripsvorming was tot stand gekomen. De kinderen begrepen wat een keersom was en konden bij een concrete verpakking een passende keersom bedenken en uitrekenen. Vermenigvuldigstrategieën als de wisseleigenschap, één-keer-meer en één-keer-minder kwamen goed in beeld. Vanuit deze basis werd klassikaal de link gelegd van het concrete materiaal naar het abstracte model. Dat bereikten we door op de bordrand een pak met roze koeken te leggen, vervolgens de verbinding te leggen met magneetjes op het bord die de koeken representeerden en later de lijn door te trekken naar het abstracte rechthoeksmodel. Het herhaald optellen werd voorgesteld met sprongen op een getallenlijn.

FRANK ROSENDAAL



Tot slot probeerden we de opbrengst van de morgen met een werkblad te meten. Op dit blad stonden drie sommen die de leerlingen aan het begin van de morgen niet konden oplossen. Ze moesten aangeven wat de keersom op het blad betekende, hoe die keersom er uit zou zien en hoe ze hem zouden uitrekenen. Uiteindelijk bleken vrijwel alle kinderen in staat te zijn de drie sommen goed op te lossen.

Reflectie

In de groep zaten een paar kinderen die de vermenigvuldigingen tot en met de tafel van 10 al wel goed beheersten. Om ook hen zinvol bezig te laten zijn, nodigden wij hen uit tot eigen producties. Een van de kinderen kwam aanvankelijk met voor hem nog steeds eenvoudige sommen als 3×40 en 30×50 . Toen we hem de som 13×49 voorlegden, wist hij vrijwel meteen het antwoord en kon helder uiteenzetten hoe hij dat had gedaan. Nu pas werd duidelijk hoe snel hij rekende. We daagden hem uit meer sommen te bedenken waarbij een soortgelijke strategie ingezet kon worden. Zijn juffrouw vertelde ons onlangs dat hij nog weken daarna op zoek was naar nog meer nieuwe moeilijke keersommen.

Vervolg

Is ons doel bereikt? Ja en nee. Ja, omdat de kinderen inderdaad konden aangeven wat een keersom is en hoe een keersom er uit ziet. Bovendien konden ze uiteindelijk ook alle keersommen uitrekenen. Nee, omdat dit nog niet wil zeggen dat alle sommen ook meteen gememoriseerd zijn. Dat vraagt gewoon nog wat meer tijd. Wel heeft de leerkracht, Mirjam Vulink, nu een krachtige basis waar ze telkens weer op terug kan vallen. Terugkijkend op het proces geeft zij aan dat zij nog steeds de vruchten plukt van deze intensieve tafelochtend. Ook de kinderen refereren nog vaak aan deze morgen. Onlangs liet zij ze opschrijven wat de morgen hen gebracht had. Veel opmerkingen waren hoopgevend:

'Ik zie nog steeds overal keersommen.'

'Ik heb heel veel geleerd van de tafels. Ik kan er nu veel meer en ik weet hoe ik ze uit moet rekenen.'

'Tafels zijn eigenlijk helemaal niet moeilijk.'

'Alles lukt, als je maar rustig blijft.'

Maar een enkele leerling meldde:

'Ik zie nog steeds overal keersommen en ik vind ze nog steeds moeilijk.'



Aan het eind van de morgen mochten de kinderen hun vondsten, die ze met de digitale camera hadden vastgelegd, presenteren.



Zijn er genoeg koeken voor de hele klas? Met keersommen kun je snel achter het antwoord komen.

Naar de formele som

Bij het vaststellen van de beginsituatie hadden de leerlingen ook nog een werkblad gekregen met alle tafels van 1 tot en met 10 erop. Ze mochten aangeven welke keersommen ze al kenden. Als afsluiting van de ochtend kregen de leerlingen het werkblad weer terug en mochten ze invullen wat ze nu nog meer wisten. Aanvankelijk leek het erop dat ze weer even blokkeerden, maar na wat impulsen van onze kant waarbij we de relatie legden met wat ze eerder die morgen hadden gedaan, kwamen ze op gang. De opbrengst was overtuigend. De kinderen konden veel meer invullen. Sommige zelfs alles!

Reflectie

Het bleek dat veel kinderen aanvankelijk maar moeilijk de overstap van de begripsvormende fase via de modelfase naar de formele fase konden maken. Hier gingen we waarschijnlijk te snel. Anderzijds bleken kinderen toch heel goed in staat te zijn om de formele sommen te maken, maar een som in een rij sommen op een blad met heel veel sommen, blokkeert kinderen blijkbaar toch weer. Deze sprong verdient in het onderwijs de nodige aandacht. Als leerlingen deze transfer namelijk niet goed kunnen maken, is de kans groot dat ze op formeel niveau afhaken. Hoe we deze verbinding nog beter kunnen maken blijft voor ons nog een punt van onderzoek.

Reflectie

De kinderen hebben genoten van deze ochtend en wij niet minder. Zeker toen één leerling aan haar leerkracht vroeg: 'Juf, had u gedacht dat ik die tafels ooit nog zou leren?' Sommige kinderen ontdekten dat ze eigenlijk veel meer konden dan ze zelf dachten en dat was een prachtige ervaring. Als we het experiment opnieuw zouden moeten doen, zouden we een aantal zaken anders aanpakken. We zouden de leerlingen veel meer uitdagen in de supermarkt ook grotere keersommen te gaan zoeken. Nu zaten de meeste keersommen in de tafel van 2, 3 en 4. Ook de overgang van het concrete naar het formele zouden we meer tijd geven en in kleinere stappen opdelen. We onderschrijven het gedachtegoed van Maarten Dolk¹ als hij aangeeft dat het af en toe belangrijk is om het rekenboek ter zijde te schuiven en stil te blijven staan bij een wat groter reken- wiskunde probleem. Het effect dat we bereikt hebben, hadden we niet kunnen bereiken in 4 losse verspreide lessen van drie kwartier.

Mirjam Vulink gaf aan dat de tafelmorgen haar concept van denken over rekenonderwijs heeft beïnvloed. Wij zijn inmiddels nog eens op bezoek gegaan op de Bernardusschool voor een teamvergadering en een ouderavond. We vertoonden de dvd die we maakten van deze morgen. Op de teamvergadering hebben we het concept nader toegelicht. De teamleden

zijn naar aanleiding van dit concept onderwijs gaan ontwerpen voor andere leerlijnen uit het reken-wiskundeonderwijs. In het breukenonderwijs en ook bij de ontwikkeling van getalbegrip is deze werkwijze heel goed te gebruiken.

Tot slot ook nog een woord van dank aan de plaatselijke supermarkt. De bedrijfsleider gaf de kinderen alle ruimte om op keersommenjacht te gaan en trakteerde na afloop op limonade, die in bekertjes mooi opgesteld in rechthoeksmodel, op dienbladen werd geserveerd. Ook de uitgedeelde gevulde koeken in plastic verpakking lokten nieuwe keersommen uit. 'Heeft hij nu genoeg koeken aan ons gegeven?' vroegen wij, wijzend op 5 pakken met 6 koeken. Er bleven er zelfs twee over, maar die mochten wij dan wel opeten. Toen wij hen erop wezen dat hun beide juffrouwen dan niets kregen, konden wij bijna een brug slaan naar de leerlijn breuken. De koeken waren op dat moment echter net even te lekker ...

De auteurs zijn werkzaam als docent rekenen-wiskunde & didactiek aan de Katholieke Pabo te Zwolle.

Noot:

1. Dolk, M. (2005). 'Aandacht voor 'big ideas' in de wiskunde.'
In: *Volgens Bartjens*, jaargang 25, nummer 2, p.4-7.

De kinderen bleken nog wekenlang overal keersommen te herkennen



FRANK ROOSEDAAL

In het reken-wiskundeonderwijs bestaan nog vele kwesties waarover de meningen verdeeld zijn. In de rubriek 'Interactie' wordt steeds zo'n kwestie onder de loep genomen. De column eindigt telkens in een stelling waarop u via onze internetsite kunt reageren.

De uitslag van de vorige stemming

De stelling in het maartnummer van *Volgens Bartjens...* was:
De huidige realistische rekenmethodes voldoen niet op achterstandsscholen.

Voor: **56%** Tegen: **44%**

De reacties:

Taalachterstanden kunnen een probleem vormen tijdens de realistische reken-wiskundeles. Ik denk dat zo'n stelling door 100% van de stemmers onderschreven zou worden. Maar betekent dat nu dat een realistische rekenmethode niet past op een achterstandsschool? Dat gaat een deel van de stemmers te ver. 'Wees je bewust van het taalprobleem en doe er iets mee.' beweert Marjet de Haan, die voorstelt om voorafgaand aan een nieuw thema alle rekenbegrippen eerst eens te onderzoeken en te inventariseren. Peter de Wert waarschuwt dat een reken-wiskundemethode geen toegepaste taalmethode moet zijn. Willem Vermeulen ziet desondanks mogelijkheden. Als de realistische methode goed wordt gebruikt kun je twee vliegen in een klap slaan. Kinderen ontwikkelen taal en wiskunde tegelijk. Goede, herkenbare contexten die to the point worden geïntroduceerd vergemakkelijken de toegang tot de wereld van rekenen en wiskunde. Daarbij moet het misverstand worden voorkomen dat er altijd veel gepraat moet worden om een context te introduceren en te verduidelijken; soms wordt er eerder te veel dan te weinig gepraat over een context. Het gaat erom dat de bedoeling van een activiteit duidelijk wordt (met of zonder veel woorden), en dat daarmee het geëigende begripsfundament wordt gelegd. Oeverloos gepraat kan de activiteit van het mathematiseren juist verhinderen. Het gaat dus om het vinden van het juiste evenwicht. De leerkracht heeft hier zeker een verantwoordelijke regierol, maar moet dan zelf ook de essentie van activiteiten en leerlijnen doorzien.